

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ рОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

**«Дальневосточный федеральный университет»**

Региональный научно-образовательный математический центр «Дальневосточный центр математических исследований»

***Олимпиада по математическому анализу для студентов 1-2 курсов***

***2022 год***

1. Найти формулу общего члена и инфимум последовательности, заданной рекуррентно

$$ a\_{1}=1, a\_{n+1}=\frac{a\_{n}}{1+na\_{n}}, n=1,2,3,… $$

1. Найти расстояние от точки (4, 0) до кривой $y^{2}-2x=0$.
2. Вычислить предел

$\lim\_{n\to \infty }\left(\cos(\frac{x}{2})\cos(\frac{x}{4})∙…∙\cos(\frac{x}{2^{n}})\right)$.

1. Найти площадь множества точек на плоскости

$$D=\left\{\left(x,y\right)\in R^{2}:\left|y\right|\leq 1,\lim\_{n\to \infty }\frac{\left|x\right|^{n}-\left|y\right|^{n}}{\left|x\right|^{n}+\left|y\right|^{n}}\leq 0\right\} $$

1. Придумать элементарную функцию, график которой имеет асимптоты:

 *x*=1, *y*=0,3*x*+7 при $x\rightarrow +\infty , $*y*=0.3*x*+3при $x\rightarrow -\infty , $ .

1. Многочлен *n*-ой степени $P\left(x\right)$ имеет действительный корень $x=x\_{0} .$ Известно, что в некоторой действительной точке $a$

 $ P\left(a\right)\geq 0, P^{'}\left(a\right)\geq 0, P^{''}(a)\geq 0,… , P^{\left(n-1\right)}\left(a\right)\geq 0, P^{\left(n\right)}\left(a\right)>0. $

Какие значения (положительные, отрицательные, нулевые) может принимать разность $a-x\_{0}$?

1. Доказать, что

$\frac{1}{2}\frac{3}{4}\frac{5}{6}∙...∙\frac{99}{100}<\frac{1}{10}$.

* *Все задачи оцениваются одинаково в 1 балл.*